

ESTRATÉGIAS DE PREVISÃO MULTIPASSOS À FRENTE PARA VAZÃO AFLUENTE EM BACIAS DE DINÂMICAS RÁPIDAS

SAMIRA D. COSTA*, EDUARDO M. A. M. MENDES†

**Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901*

*Laboratório de pesquisa MACSIN, Departamento de Engenharia Eletrônica, Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*

†*Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901*

*Laboratório de pesquisa MACSIN, Departamento de Engenharia Eletrônica, Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*

Emails: samira@ufmg.br, emmendes@cpdee.ufmg.br

Abstract— In this work different strategies for multi-step ahead prediction of time-series are analysed when the mathematical representation used for modeling the hydrological phenomena is varied and when the dynamics of the river basin is fast. It is shown that the proposed methodology of using different models for different prediction steps depending upon the performance index is worth considering and can be applied to real data for a river basin.

Keywords— Identification, Time Series, Hydrology, Forecasting

Resumo— Neste trabalho diferentes estratégias para previsão multipassos à frente são analisadas quando a representação matemática para a modelagem do fenômeno hidrológico é variada e a dinâmica das bacias hidrográficas são rápidas. A estratégia de utilização de diferentes modelos para diferentes passos de previsão dependendo do índice de desempenho utilizado é eficaz quando aplicado a dados reais de uma bacia hidrográfica.

Palavras-chave— Identificação, Séries Temporais, Hidrologia, Previsão

1 Introdução

O Brasil, por ser um país de extensão territorial grande, possui em seu território 12 bacias hidrográficas de acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Cada bacia possui suas peculiaridades como: extensão territorial, potencial de navegação e turístico, geração e distribuição de energia, entre outros. Dentre tantas características a principal é a geração de energia elétrica. Mas o Brasil vem enfrentando um grande problema devido a suas proporções continentais, ou seja, é possível que enquanto o Nordeste passe por fortes secas, o Sul e o Sudeste do país enfrenta períodos chuvosos. E poder controlar os níveis de afluência dos rios em vários passos à frente é um grande desafio para a ciência em diversas áreas do conhecimento tais como economia (Chevillon, 2007; Marcellino, 2006) e hidrologia (Pianos and Raso, 2012; Bao et al., 2013; Bhagwat and Maity, 2012), pois quanto maior o horizonte de previsão, maior é a incerteza (Taieb et al., 2012). Na atualidade, há diversas ferramentas que se propõem a criar modelos de previsões de afluência, tais como, modelos meteorológicos, modelos probabilísticos, modelos estocásticos, híbridos, dentre outros (Batista, 2009; Beven, 2002; Ahmed El-Shafie and Noureldin, 2007).

O uso de Inteligência Computacional pode vir atender as necessidades do setor elétrico em obter um conjunto de modelos de previsão que possam

auxiliar a empresa na tomada de decisões e consequentemente na melhoria da gestão das bacias hidrográficas. Um dos benefícios da utilização de modelos de previsão é a minimização dos impactos de cheias e estiagens e a operação de obras hidráulicas. Para o sistema hidrelétrico, os modelos de previsão têm também a função de aumentar a eficiência na gestão dos volumes disponíveis. Neste contexto, Ping et al. (2011) utilizam máquinas de vetor de suporte e o método de predição *grey* para prever a entrada de água do rio Minjiang. Os resultados apontam que, ao utilizar as duas ferramentas combinadas, as melhoras na predição são notadas.

Em Bhagwat and Maity (2012) o LS-SVR (Least Square-Support Vector Regression) é utilizado para modelar a variação diária do fluxo do rio Narmada na Índia. São feitos testes para predição de multipassos à frente e a predição de até 5 passos à frente é considerada de bom desempenho. Um outra ferramenta, a transformada de Wavelet, é utilizada em várias aplicações em séries hidrológicas por Sang (2013). Franses and Legerstee (2009) unificam duas metodologias para previsão de multi-passos à frente de modelos de séries temporais autoregressivos para previsão. O modelo utilizado é composto por duas partes: um modelo ARX com os mesmos parâmetros para todos os horizontes e o outro um modelo também ARX com diferentes parâmetros para diferentes horizontes de previsão. Castro (2011) usa um método de

aproximação linear, o Preditor Linear Local, no contexto de modelagem de séries de afluência das bacias do Rio Grande e Três Marias para estudar a predição de vazão em um horizonte de até 10 dias.

O presente trabalho propõe analisar duas técnicas de modelagem de séries temporais, ou seja, modelos autoregressivos com entradas exógenas e modelos usando o preditor local em relação a cinco tipos de estratégias (Direta, Recursiva, MIMO, DirRec, DIRMO) de predição multipassos à frente (Taieb et al., 2012). Como exemplo utiliza-se uma série temporal real de vazão afluenta de uma bacia hidrológica com perfil de dinâmica rápida. A metodologia proposta, que se baseia na utilização de diferentes modelos escolhidos para atender um determinado índice de desempenho para cada passo à frente de predição, pode levar a obtenção de melhores predições.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte maneira. A Seção 2 fornece as representações utilizadas na modelagem para predição de vazão: os modelos ARX (AutoRegressive model with eXogenous inputs) e o algoritmo de aprendizagem preguiçoso (*Lazy Learning Algorithm*). Os vários tipos de estratégia para a predição multipassos à frente são revistos na Seção 3. Nesta mesma seção são fornecidos os índices de desempenho de modelos para posterior comparação. Na Seção 4, um exemplo com dados reais é apresentado e os resultados são analisados (Seção 4.2.1). Na Seção 5 as conclusões são apresentadas.

2 Representação de Sistemas

A questão da representação matemática é de suma importância para uma correta interpretação, análise, controle e outros aspectos quando se trabalha com sistemas lineares ou não-lineares na prática. Dentre as várias representações, podem ser citados modelos autoregressivos com entrada exógenas (versões lineares e não-lineares, ARMAX e NARMAX respectivamente), redes neurais, modelos nebulosos, modelos lineares locais, dentre outros (Aguirre, 2007).

Nesta seção o enfoque será uma breve revisão dos modelos autoregressivos com entradas exógenas e os modelos locais obtidos com o algoritmo de aprendizagem preguiçoso (*Lazy Learning Algorithm*).

2.1 Modelo AutoRegressivo com Entradas Exógenas

O ARX é um modelo auto-regressivo com entradas externas (AutoRegressive with eXogenous inputs). Conforme (Aguirre, 2007) a equação do modelo ARX pode ser descrita da seguinte forma:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + v(t) \quad (1)$$

onde q é o operador atraso e $A(q)$ e $B(q)$ são polinômios em q que atuam sobre os sinais de entrada $u(t)$ e saída $y(t)$, respectivamente. $v(t)$ é o ruído adicionado e t é o instante temporal (discreto).

O uso da modelagem ARX em séries de vazão pode ser encontrado, por exemplo, em (Costa and Mendes, 2013). Os resultados obtidos naquele artigo serão usados para comparação na Seção 4.2.1.

2.2 Algoritmo de Aprendizagem Preguiçosa

O algoritmo de aprendizagem preguiçoso (LL) é um caso particular de algoritmo de aprendizagem local. Esse algoritmo se torna interessante devido a algumas características próprias. Taieb et al. (2012) afirmam que o LL não assume qualquer conhecimento a priori sobre o processo subjacente aos dados, uma característica bastante atraente quando se analisa conjuntos de dados reais. Além de um número reduzido de suposições, este método possui capacidade de aprendizagem *online* e a capacidade de se adequar a não-estacionaridade que porventura houver, desde que haja um conjunto de dados suficientes.

A vantagem de implementar este método é que a função alvo é aproximada localmente. Com esta aproximação local, os modelos têm capacidade de resolver múltiplos problemas simultaneamente e lidar com mudanças na dinâmica que, porventura, ocorrem. Sua desvantagem está na armazenagem de todo o conjunto de dados disponíveis, o que pode resultar em grande esforço computacional.

Conforme descrito por Birattari and Bontempì (1999), o algoritmo de aprendizagem preguiçoso é uma técnica que adia todo o cálculo até que tem-se um pedido explícito de previsão. Cada vez que uma predição é solicitada para um ponto de consulta específico, um conjunto de modelos locais são identificados, com diferentes números de vizinhos e podendo ter polinômios de diferentes graus. Segundo os autores o algoritmo de Mínimos Quadrados Recursivo é utilizado para a identificação dos modelos locais.

Para maiores detalhes ver (Birattari and Bontempì, 1999).

3 Tipos de estratégias para predição multipassos a frente

Nesta seção serão apresentadas as várias estratégias utilizadas para a predição de multipassos à frente. Serão também apresentados os índices de desempenho utilizados para a comparação dos modelos obtidos.

3.1 Estratégia Recursiva

A estratégia Recursiva, também conhecida como Iterada, pode ser considerada como a estratégia

mais antiga e intuitiva conforme relatado por Hai-bin et al. (2006) e Sorjamaa et al. (2007). Nela um único modelo é treinado para executar predição de um passo à frente. Sorjamaa and Lendasse (2006) explicam, em seu trabalho, que o mesmo modelo é utilizado para as próximas predições, sendo que a anterior passa a ser entrada do passo seguinte e assim sucessivamente de forma que a predição de um passo à frente é aplicada muitas e muitas vezes, de forma recursiva. A estratégia Recursiva para três passos à frente pode ser exemplificada pela seguintes equações:

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+1) &= f(y(t), y(t-1), y(t-2), y(t-3)) \\ \hat{y}(t+2) &= f(\hat{y}(t+1), y(t), y(t-1), y(t-2)) \\ \hat{y}(t+3) &= f(\hat{y}(t+2), \hat{y}(t+1), y(t), y(t-1))\end{aligned}\quad (2)$$

onde \hat{y} é o valor de predição de saída.

A grande desvantagem é que a estratégia Recursiva é sensível à acumulação de erros com o horizonte de previsão (Taieb et al., 2012).

3.2 Direta

Diferentemente da estratégia Recursiva a estratégia Direta não utiliza recursão no cálculo das predições, evitando assim a acumulação de erros introduzidos na primeira. A estratégia Direta utiliza diferentes modelos para cada passo de predição, mas sempre tendo como entrada os dados reais medidos (Sorjamaa and Lendasse, 2006). A estratégia Direta pode ser descrita pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+1) &= f_1(y(t), y(t-1), y(t-2), y(t-3)) \\ \hat{y}(t+2) &= f_2(y(t), y(t-1), y(t-2), y(t-3)) \\ \hat{y}(t+3) &= f_3(y(t), y(t-1), y(t-2), y(t-3))\end{aligned}\quad (3)$$

Como descrito em (Sorjamaa and Lendasse, 2006), nota-se que, a cada passo, um modelo é incorporado com entradas e estrutura próprias. Em princípio acredita-se que o aumento de complexidade, devido ao número de modelos a serem identificados que, por sua vez, depende do número de passos de predição desejado, pode ser compensado pela ausência de erro acumulativo.

3.3 DirRec

Esta estratégia pode ser entendida como a junção da Recursiva e da Direta, combinando os melhores aspectos de ambas. A DirRec utiliza um modelo diferente para cada passo, similar a Direta, e atualiza o conjunto das variáveis de entrada com os valores das predições anteriores, como na Recursiva. A estratégia pode ser escrita pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+1) &= f_1(y(t), y(t-1), y(t-2), y(t-3)) \\ \hat{y}(t+2) &= f_2(\hat{y}(t+1), y(t), y(t-1), y(t-2), y(t-3))\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+3) &= f_3(\hat{y}(t+2), \hat{y}(t+1), \dots \\ &\quad y(t), y(t-1), y(t-2), y(t-3))\end{aligned}$$

3.4 MIMO

A estratégia MIMO, múltiplas entradas e múltiplas saídas, foi introduzida em (Bontempi, 2008; Bontempi and Taieb, 2011). Diferentemente das anteriores em que tinham apenas uma única saída, na estratégia MIMO, apenas um único modelo de múltiplas entradas e múltiplas saídas é identificado. A estratégia surgiu com o intuito de evitar a modelagem com uma única saída na qual se faz necessário saber a dependência com valores ainda não conhecidos. Com esse modelo acredita-se que há diminuição ou mesmo eliminação das dependências estocásticas entre valores futuros. A estratégia MIMO pode ser representada conforme mostrado abaixo.

$$\begin{aligned}[y(t+H), \dots, y(t+1)] &= f(y(t), \dots, y(t-d+1)) \\ [\hat{y}(t+H), \dots, \hat{y}(t+1)] &= \hat{f}(y(t), \dots, y(t-d+1))\end{aligned}\quad (5)$$

onde H é o horizonte de predição e d o atraso máximo do modelo escolhido. Esta estratégia evita a independência condicional, suposição feita pela estratégia direta, bem como a acumulação de erros como na recursiva (Bontempi and Taieb, 2011). Segundo os autores, ela tem sido aplicada com sucesso em problema de predição de séries reais. A necessidade de preservar as dependências estocásticas usando um único modelo tem desvantagens, uma vez que restringe todos os horizontes a serem previstos a uma mesma estrutura de modelo. Essa desvantagem é a principal motivação para o surgimento de uma nova estratégia, a DIRMO.

3.5 DIRMO

Esta estratégia visa preservar os aspectos mais atraentes das estratégias Direta e MIMO. Tomando uma abordagem intermediária, DIRMO prevê o horizonte H em blocos, onde cada bloco é previsto de forma MIMO. Assim a tarefa de previsão de H passos à frente é decomposta em n previsões de múltiplas saídas ($n = H/s$) e cada saída de tamanho s (Sorjamaa and Lendasse, 2006), conforme mostra a equação abaixo.

$$\begin{aligned}[y(t+p*s), \dots, y(t+(p-1)*s+1)] &= \dots \\ &\quad f_p(y(t), \dots, y(t-d+1))\end{aligned}\quad (6)$$

onde $t \in d, \dots, N-H$, $p \in 1, \dots, n$ e $f_p: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^s$ se $s > 1$. N é o número de observações e p o número de modelos.

As H previsões são retornadas pelos n modelos de aprendizagem como mostrado na equação 7.

$$[\hat{y}(t + p * s), \dots, \hat{y}(t + (p - 1) * s + 1)] = \dots \hat{f}_p(y(N), \dots, y(N - d + 1)) \quad (7)$$

Conforme explicado pelos autores, quando o valor de s é 1, a quantidade de previsões n é igual a H , correspondendo a estratégia Direta. E quando o valor de s é H , o número de previsões n é equivalente a 1, correspondendo a estratégia MIMO. Entre os dois extremos, tem-se uma configuração intermediária dependendo do valor de s .

3.6 Índice de desempenho

Existem diversos índices de desempenho que são utilizados para quantificar a qualidade para predição de séries temporais (a qualidade do ajuste do modelo obtido a partir dos dados reais). Neste trabalho serão utilizados alguns índices listados em (Zambrano-Bigiarini, 2010).

3.6.1 Erro Absoluto Médio (MAE)

O MAE faz o cálculo do erro absoluto médio entre as séries simulada (S) e observada (O) a partir da equação:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N | (S_i - O_i) | \quad (8)$$

onde N é o tamanho da amostra de dados disponíveis.

3.6.2 Erro Quadrático Médio (MSE)

O MSE faz o cálculo do erro quadrático médio entre as séries simulada e observada por meio da seguinte equação:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - O_i)^2 \quad (9)$$

3.6.3 Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio (RMSE)

O RMSE extrai a raiz quadrada do erro quadrático médio e pode ser representado conforme a equação 10 abaixo:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - O_i)^2} \quad (10)$$

3.6.4 Percent Bias (PBIAS)

O índice PBIAS mede a tendência média da vazão simulada em relação à vazão observada, podendo ser maior ou menor que esta. O valor ideal para este índice é 0; um valor positivo indica uma tendência subestimada (Yapo, Gupta e Sorooshian, 1996). O valor retornado em percentual é dado pela equação 11:

$$PBIAS = 100 \frac{\sum_{i=1}^N (S_i - O_i)}{\sum_{i=1}^N (O_i)} \quad (11)$$

3.6.5 RMSE - observations standard deviation (RSR)

O RSR normaliza o índice RMSE utilizando o desvio padrão da série observada. Seu valor poderá variar de 0 a ∞ , isso indica que as séries observada e simulada são iguais. Quando menor o valor de RSR menor será o RMSE e melhor será o modelo ajustado. O índice RSR é calculado a partir da relação entre o RMSE e o desvio padrão da série observada, como apresentado na equação 12:

$$RSR = 100 \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (S_i - O_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2}} \quad (12)$$

onde \bar{O} representa a média de O .

3.6.6 Eficiência de Nash-Sutcliffe (NSE)

O RSE corresponde a uma estatística normalizada da variância do resíduo comparado com a variância dos dados observados. $NSE=1$ corresponde a uma aproximação perfeita dos dados observados, $1 > NSE > 0$ indica que a aproximação do modelo é melhor do que a média dos dados observados e $NSE < 0$ indica que a média dos dados observados é um preditor melhor do que o modelo ajustado. A equação 13 que representa o índice é mostrada abaixo:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2} \quad (13)$$

3.6.7 Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE)

O índice MAPE fornece uma medida da acurácia do modelo ajustado. Quanto mais próximo de zero melhor é o modelo. Segue abaixo a equação 14 que representa o índice:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{O_i - S_i}{O_i} \right| \times 100 \quad (14)$$

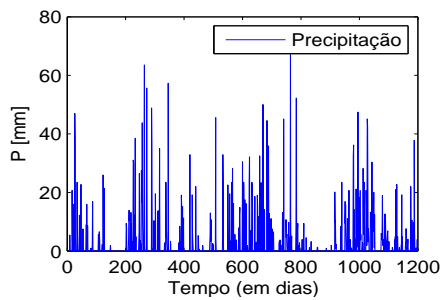


Figura 1: Série temporal de precipitação P (dada em mm), UHE Rosal.

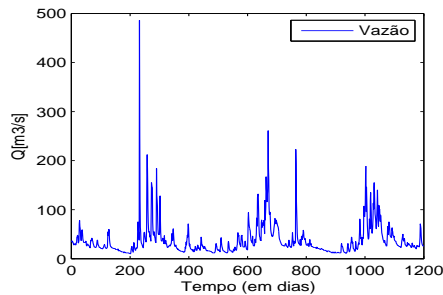


Figura 2: Série temporal de Vazão V (dada em m^3/s), UHE Rosal.

4 Predição Multi-passos à Frente de uma Bacia de Pequeno Porte

Nesta seção um exemplo com dados reais de vazão afluente é utilizado para obtenção de modelos que possibilitem a predição de até 10 passos à frente.

4.1 Descrição dos dados utilizados na Modelagem

Os dados utilizados neste trabalho são de uma bacia hidrográfica de pequeno porte, UHE Rosal no estado de Minas Gerais, e representam valores diários de precipitação e de vazão. Por ser de pequeno porte e consequentemente de dinâmica rápida quando comparada a bacias como São Simão e outras, a amostragem *diária* utilizada pode dificultar a modelagem. Foram utilizados como dados de entrada os valores de precipitação e de saída os valores de vazão. Os mesmos referem-se ao período do dia 26 de maio de 1998 a 31 de março de 2012.

Foram utilizados 6773 dados para identificação e 6773 para validação. As Figuras 1 e 2 mostram as séries temporais de precipitação e vazão afluente para a UHE Rosal no estado de Minas Gerais:

4.2 Previsão das Séries Temporais

Nesta parte do trabalho os resultados obtidos são apresentados e discutidos de forma a se definir qual algoritmo aliado a melhor estratégia obteve

o melhor desempenho. Para isso esses resultados são comparados com os do trabalho de (Costa and Mendes, 2013).

Ao utilizar o algoritmo de aprendizagem preguiçoso, para comparação dos resultados, quatro funções foram ajustadas: função constante, função linear, função quadrática e função constante-linear-quadrática (clq).

Os resultados foram dispostos em forma de tabela, na qual se compara os índices de desempenho para cada passo em um horizonte de até 10 passos à frente. Apenas as tabelas que representam os melhores índices de desempenho MAPE e MAE foram apresentadas por serem de interesse das concessionárias de energia. As Tabelas 1, 2, 3, 4 e 5 representam a Estratégia DirRec, Estratégia Recursiva, Estratégia Direta com função constante, Estratégia MIMO com função Linear e Estratégia DirRec com função constante respectivamente. Sendo as duas primeiras com modelagem ARX e as três últimas referente a modelagem obtida pelo algoritmo de aprendizagem preguiçoso.

Passos (dias)	Índice de desempenho da estratégia DirRec						
	MAPE	MAE	MSE	RMSE	PBIAS	RSR	NSE
1	14,2481	6,7464	188,6061	13,7334	3,4066	0,3461	0,8802
2	21,2223	10,2995	463,5953	21,5313	3,7426	0,5371	0,7115
3	26,9869	12,7744	704,4090	26,5407	3,5949	0,6622	0,5615
4	31,0455	14,3896	869,7922	29,4922	3,3920	0,7372	0,4566
5	33,5323	15,3760	974,8146	31,2220	3,2274	0,7793	0,3928
6	35,3261	15,9453	1038,5000	32,2255	3,0669	0,8037	0,3541
7	36,7402	16,4954	1106,7000	33,2669	2,8548	0,8282	0,3141
8	38,1560	17,0117	1171,4000	34,2261	2,8163	0,8510	0,2757
9	39,4625	17,5120	1236,8000	35,1687	2,6502	0,8727	0,2385
10	40,8218	17,9581	1286,7000	35,8710	2,5817	0,8890	0,2097

Tabela 1: Modelo ARX - Estratégia DirRec

Passos (dias)	Índice de desempenho da estratégia Recursiva						
	MAPE	MAE	MSE	RMSE	PBIAS	RSR	NSE
1	14,2481	6,7464	188,6061	13,7334	3,4066	0,3461	0,8802
2	19,3071	8,1719	217,6297	14,7523	6,7644	0,3794	0,8560
3	25,2828	9,7132	262,0399	16,1876	9,5912	0,4166	0,8265
4	32,0227	11,3682	324,1831	18,0051	12,3335	0,4605	0,7879
5	39,5264	13,0783	402,7309	20,0682	15,0499	0,5081	0,7419
6	47,6644	14,7666	491,9704	22,1804	17,6762	0,5538	0,6933
7	56,4015	16,3791	588,2073	24,2530	20,2003	0,5956	0,6452
8	65,7752	17,9029	689,0241	26,2493	22,6274	0,6332	0,5990
9	75,8243	19,3419	792,3290	28,1483	24,9567	0,6666	0,5557
10	86,5743	20,6821	896,3785	29,9396	27,1860	0,6959	0,5157

Tabela 2: Modelo ARX - Estratégia Recursiva

A análise dos resultados apresentados nas tabelas é mostrada a seguir.

4.2.1 Resultados e Discussões

Nesta seção é feita a análise dos modelos ARX¹ obtidos em (Costa and Mendes, 2013) e os mode-

¹Atraso igual a 3 obtido usando o Critério de Informação de Akaike.

Passos (dias)	Índice de desempenho da estratégia Direta conLL (70,200)						
	MAPE	MAE	MSE	RMSE	PBIAS	RSR	NSE
1	14,8467	7,4609	301,4209	17,3615	7,9084	0,5434	0,7047
2	21,6321	10,3014	493,8281	22,2222	9,0685	0,7437	0,4470
3	26,7098	12,2109	632,1557	25,1427	9,0580	0,8857	0,2155
4	29,9299	13,4725	722,0603	26,8712	8,2243	0,9802	0,0392
5	31,9366	14,2481	780,0961	27,9302	7,5174	1,0490	-0,1004
6	33,4918	14,8744	824,3456	28,7114	6,9066	1,0966	-0,2025
7	34,9230	15,4321	863,8435	29,3912	6,5152	1,1374	-0,2937
8	36,0637	15,8865	893,5271	29,8919	6,0706	1,1645	-0,3560
9	37,4251	16,3589	925,4939	30,4219	5,9458	1,2012	-0,4428
10	38,4859	16,7000	947,6329	30,7836	5,9772	1,2272	-0,5061

Tabela 3: Modelo Obtido pelo Algoritmo de aprendizagem preguiçoso - Estratégia Direta, Função Constante (Mínimo número de vizinhos igual a 70 e máximo igual a 200)

Passos (dias)	Índice de desempenho da estratégia MIMO linLL (200)						
	MAPE	MAE	MSE	RMSE	PBIAS	RSR	NSE
1	12,5906	6,4799	185,8870	13,6340	0,8452	0,3515	0,8764
2	20,8016	10,3876	432,9606	20,8077	1,7389	0,5747	0,6698
3	26,6908	12,8383	622,9561	24,9591	2,3294	0,7387	0,4544
4	30,2936	14,2130	743,5236	27,2676	3,0233	0,8693	0,2443
5	32,9063	15,1838	813,1141	28,5152	3,2342	0,9531	0,0915
6	34,7901	15,7210	858,1288	29,2938	3,4626	1,0137	-0,0276
7	36,4841	16,2656	902,4710	30,0412	3,8785	1,0699	-0,1448
8	37,7989	16,7403	930,8641	30,5101	3,8342	1,1098	-0,2316
9	38,8909	17,2570	961,9841	31,0159	3,5051	1,1410	-0,3020
10	39,9271	17,6967	986,0129	31,4008	2,9183	1,1699	-0,3687

Tabela 4: Modelo obtido pelo Algoritmo de aprendizagem preguiçoso - Estratégia MIMO, Função Linear (Máximo número de vizinhos igual a 200)

Passos (dias)	Índice de desempenho da estratégia DirRec conLL (70,200)						
	MAPE	MAE	MSE	RMSE	PBIAS	RSR	NSE
1	14,8467	7,4609	301,4209	17,3615	7,9084	0,5434	0,7047
2	21,4241	10,2078	479,0469	21,8871	7,4906	0,6880	0,5267
3	26,5400	12,1020	623,7303	24,9746	8,0254	0,7942	0,3692
4	29,9157	13,2845	722,2208	26,8742	8,6454	0,8640	0,2534
5	32,0357	13,9011	784,9072	28,0162	9,5989	0,9183	0,1567
6	33,6113	14,3349	833,2646	28,8663	10,4956	0,9572	0,0837
7	35,1665	14,7934	881,4241	29,6888	11,5488	1,0021	-0,0043
8	36,6278	15,1505	919,9928	30,3314	12,3981	1,0365	-0,0743
9	38,1950	15,4920	958,7392	30,9635	13,4172	1,0724	-0,1500
10	39,7545	15,8148	991,2792	31,4846	14,7837	1,1192	-0,2526

Tabela 5: Modelo obtido pelo Algoritmo de aprendizagem preguiçoso - Estratégia DirRec, Função Constante (Mínimo número de vizinhos igual a 70 e máximo igual a 200)

los obtidos pelo algoritmo de aprendizagem preguiçoso² utilizando os índices de desempenho da Seção 3.6 e as estratégias de predição definidas na Seção 3.

Devido à diversidade dos resultados obtidos referentes à modelagem utilizando o algoritmo de aprendizagem preguiçoso, optou-se pela sua descrição em tópicos como mostrado a seguir:

- De acordo com os resultados obtidos para a *estratégia Direta*, ao se analisar os índices de desempenho, a função constante obteve menores valores no MAPE a partir do terceiro passo, para o MAE a partir do segundo passo, para o MSE e RMSE a partir do quarto passo e para o NSE de 1 a 4 passos. Os resultados indicam que a função constante teve desempenho superior nesses índices. Já a função linear teve menor MAPE no primeiro e segundo passo, menor MAE no primeiro passo, menor MSE, PBIAS e RMSE no primeiro e segundo passo e menor RSR de 1 a 3 passos. A função quadrática teve menor valor de PBIAS a partir do terceiro passo, menor RSR a partir do quarto passo e menor NSE de 6 até 10 passos. A função clq teve menor MSE e RMSE no terceiro passo, menor PBIAS de 3 até 10 passos e menor NSE no quinto passo. Considerando apenas o índice MAPE e MAE, as funções linear e constante são a melhor opção quando deseja-se utilizar a estratégia Direta.
- Ao se analisar os resultados para a *estratégia Recursiva*. A função linear obteve menor índice MAPE no horizonte de 10 passos à frente, menor MAE e RSR somente no primeiro passo, MSE e RMSE no primeiro e segundo passo, e de 1 até 10 passos menor PBIAS. A função constante teve menor MAE a partir do segundo passo, MSE e RMSE a partir do terceiro passo e de 1 até 4 passos menor NSE. A quadrática teve menor índice apenas no NSE para o 5 até 8 passos. A função clq teve menor RSR a partir do segundo passo e menor NSE em 9 e 10 passos. Para esta estratégia, pode-se dizer que a função linear e constante são a melhor escolha ao considerar os índices MAPE e MAE.
- Quando os resultados para a *estratégia Dir-Rec* são analisados, vê-se que a função constante teve menor MAPE a partir do terceiro passo, menor MAE, MSE e RMSE a partir do

²Atraso também igual 3. - Mínimo número de vizinhos igual a 70 e máximo igual a 200 (Para a estratégia MIMO e DIRMO utilizou-se apenas o máximo número de vizinhos). Foram testados inúmeros valores e dentre eles estão os que obtiveram os menores índices. A quantidade de dados disponíveis possibilitou a escolha de um número maior de vizinhos.

segundo passo e menor NSE de 1 até 8 passos. Para função linear têm-se menor MAPE e PBIAS no primeiro e no segundo passo, menor MAE, MSE e RMSE no primeiro passo, e menor RSR de 1 a 7 e 9 passos. Já a função quadrática teve menor valores apenas no NSE de 9 a 10 passos. A clq teve menor PBIAS em 3 até 10 passos e menor RSR em 8 e 10 passos. Para a utilização da estratégia DirRec, considerando os índices MAPE e MAE, as funções linear e constante são a melhor opção.

- Os resultados obtidos tanto para a *estratégia MIMO* quanto para a *estratégia DIRMO* foram os mesmos. Isso porque escolheu-se janela de 10 passos na DIRMO. A função constante teve menor MAE de 3 a 10 passos e menor NSE no terceiro e quarto passo. A função linear teve menor MAPE de 1 a 3 e 5 passos, menor MAE 1 e 2 passos, menor MSE e RMSE 1 a 3, 5, 8 e 9 passos, menor PBIAS para 10 passos a frente, menor RSR em 1 a 3 passos e menor NSE no quinto passo. A função quadrática teve menor PBIAS de 1 a 9 passos, menor RSR de 5 a 10 passos, menor NSE em 1, 2 e 7 a 10 passos. A função clq teve menor MAPE em 4, 6 a 10 passos, menor MSE e RMSE em 4, 6, 7 e 10 passos, menor RSR no quarto passo, e menor NSE no sexto passo. Pode-se dizer que para essas duas estratégias, analisando os índices MAPE e MAE, as funções linear, constante e clq são a melhor opção.

Conforme descrito anteriormente pode-se dizer que, para cada índice, há uma função e uma estratégia que juntas representam melhor os dados e levam a um melhor predição para um determinado horizonte.

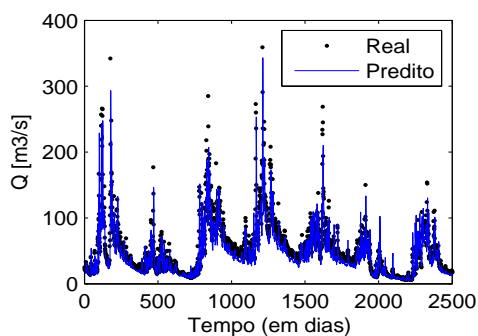


Figura 3: Predição de Vazão Q (dada em m³/s), utilizando-se os dados de validação - Estratégia Recursiva - 3 passos à frente

Analisando o índice MAPE e considerando apenas um passo, o modelo ARX aliado tanto a estratégia DirRec quanto a Recursiva é a melhor opção. Para dois e três passos à frente o modelo aliado a estratégia Recursiva seria a melhor escolha (Veja Figura 3). Ainda para este mesmo

índice mas considerando agora horizontes maiores de predição, os modelos obtidos pelo algoritmo de aprendizagem preguiçoso, utilizando a função constante aliado a estratégia Direta, pode ser considerado o mais indicado (Tabela 3). Por outro lado, ao verificar o índice MAE constata-se que o modelo ARX juntamente com a estratégia Recursiva é o mais indicado para previsão de dois a cinco passos à frente conforme ilustrado na Tabela 2. O modelo obtido pelo algoritmo de aprendizagem preguiçoso utilizando a função linear com a estratégia MIMO é a melhor opção para predição de um passo à frente (Tabela 4). Para o caso de seis a dez passos à frente o modelo obtido pelo algoritmo de aprendizagem preguiçoso usando a função constante e com a estratégia DirRec é a melhor opção (Figura 4 e Tabela 5).

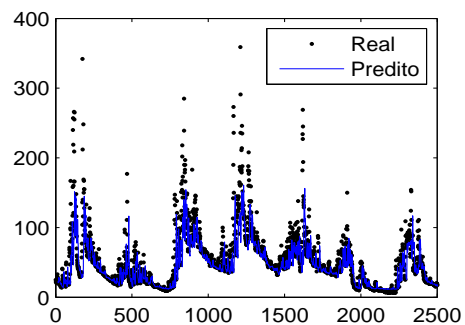


Figura 4: Predição de Vazão Q (dada em m³/s, utilizando-se os dados de validação) - Estratégia DirRec e Função Constante - 10 passos à frente

5 Conclusões

O objetivo deste trabalho foi analisar e comparar diferentes representações para modelagem e posterior predição de séries de vazão à luz de 5 tipos de estratégias para mostrar qual delas é a melhor segundo um determinado índice de desempenho. Os resultados alcançados com a metodologia proposta e listados na Seção 4.2.1 mostram que não existe uma única representação para o problema em questão com o melhor desempenho para todo o horizonte de predição desejado, mas sim duas representações (e certamente mais de duas, caso fossem analisadas conjuntamente com os resultados aqui apresentados) em que cada uma delas será melhor para um ou mais horizontes.

No caso de bacias hidrográficas de dinâmica rápida como a do exemplo na Seção 4.2.1, o modelo ARX é melhor indicado para horizontes menores de predição. Se uma concessionária de energia necessitasse de um horizonte pequeno de predição poderia assim considerar um modelo simples e que exija pouco esforço computacional. Quando deseja-se horizontes maiores de predição, modelos mais elaborados como o algoritmo de aprendizagem preguiçoso tendem a ser uma escolha melhor.

Em suma, a escolha de diferentes modelos aliados a diferentes estratégias multi-passos à frente é uma alternativa viável e que pode levar a resultados melhores para o índice de desempenho escolhido no problema de predição de séries temporais.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da CEMIG GT, FAPEMIG, CAPES e CNPq.

Referências

- Aguirre, L. A. (2007). *Introdução à Identificação de Sistemas*, Editora UFMG.
- Ahmed El-Shafie, M. T. and Noureldin, A. (2007). A neuro-fuzzy model for inflow forecasting of the Nile river at Aswan High Dam.
- Bao, Y., Xiong, T. and Hu, Z. (2013). Multi-step-ahead time series prediction using multiple-output support vector regression, *Neurocomputing* (0).
- Batista, A. L. F. (2009). *Modelos de séries temporais e redes neurais artificiais na previsão de vazão*, Master's thesis, Universidade Federal Lavras.
- Beven, K. J. (2002). *Rainfall Runoff Modelling: The Primer*, Chichester: John Wiley.
- Bhagwat, P. P. and Maity, R. (2012). Multi-ahead river flow prediction using ls-svr at daily scale, *Journal of Water Resource and Protection* (7): 528–539.
- Birattari, M. and Bontempi, G. (1999). *The Lazy Learning Toolbox*.
- Bontempi, G. (2008). Long term time series prediction with multi-input multi-output local learning, *ESTSP08 Proceedings of the 2nd European Symposium on Time Series Prediction (TSP)*.
- Bontempi, G. and Taieb, S. B. (2011). Conditionally dependent strategies for multiple-step-ahead prediction in local learning, *International Journal of Forecasting* **27**(3): 689–699.
- Castro, B. V. C. (2011). *Modelagem e predição de séries temporais de afluência utilizando o preditor linear local*, Monografia de final de curso, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Chevillon, G. (2007). *Direct Multi-Step Estimation and Forecasting*, Vol. 21, Journal of Economic Surveys.
- Costa, S. D. and Mendes, E. M. A. M. (2013). Análise e comparação de estratégias de previsão multipassos à frente para vazão afluente em bacias hidrográficas, *Anais of XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, p. 6.
- Franses, P. H. and Legerstee, R. (2009). A unifying view on multi-step forecasting using an autoregression, *Journal of Economic Surveys* pp. 389–401.
- Haibin, C., Pang-Ning, T., Jing, G. and Jerry, S. (2006). Multistep-ahead time series prediction, *Proceedings of the 10th Pacific-Asia conference on Advances in Knowledge Discovery and Data Mining*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, pp. 765–774.
- Marcellino, M. (2006). A comparison of direct and iterated multistep AR methods for forecasting macroeconomic time series, *Journal of Econometrics* **135**: 499–526.
- Pianosi, F. and Raso, L. (2012). Dynamic modeling of predictive uncertainty by regression on absolute errors, *Water Resources Research* **48**(3).
- Ping, Z. C., Chuan, L. and Wei, G. H. (2011). Research on hydrology time series prediction based on grey theory and support vector regression, *International Conference on Computer Distributed Control and Intelligent Environmental Monitoring*, pp. 1673–1676.
- Sang, Y. F. (2013). A review on the applications of wavelet transform in hydrology time series analysis, Elsevier, pp. 8–15.
- Sorjamaa, A., Hao, J., Reyhani, N., Ji, Y. and Lendasse, A. (2007). Methodology for long-term prediction of time series, *Neurocomputing* **70**: 2861 – 2869.
- Sorjamaa, A. and Lendasse, A. (2006). Time series prediction using direct strategy, *European Symposium on Artificial Neural Networks*.
- Taieb, S. B., Bontempi, G., Atiya, A. F. and Sorjamaa, A. (2012). A review and comparison of strategies for multi-step ahead time series forecasting based on the nn5 forecasting competition, *Expert Systems with Applications* **39**(8): 7067–7083.
- Zambrano-Bigiarini, M. (2010). *On the effects of hydrological uncertainty in assessing the impacts of climate change on water resources*, Phd thesis, Università Degi Studi Di Trento.